

# Estudio computacional de la mecánica y optimización de un pilar encerrado en un canal

Francisco-Javier Granados-Ortiz<sup>1</sup>, Joaquín Ortega-Casanova<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ingeniería Mecánica, Térmica y de Fluidos, Escuela de Ingenierías Industriales, Universidad de Málaga, e-mail: frangranados@live.com, jortega@uma.es

---

*Dado que existen infinidad de procesos industriales en los que una transferencia de calor y/o mezclado eficientes son un objetivo prioritario, en el presente estudio se realiza un análisis de las fuerzas hidrodinámicas de interacción entre un pilar y el desprendimiento de vórtices que este genera, dado su potencial uso como dispositivo de mezclado en aplicaciones en ingeniería mecánica. Esta investigación pretende mostrar diferentes diseños, estudiando diferentes potencias de bombeo necesarias, así como el efecto de los parámetros en la configuración del dispositivo (relación de dimensiones de los lados del pilar, relación entre las dimensiones del pilar respecto al canal y caudal) con el fin de encontrar las configuraciones más eficientes para su diseño final. Los resultados obtenidos demuestran que hay ciertas configuraciones que implican un gran impacto en el desprendimiento de vórtices, mientras que otras configuraciones generan un flujo estacionario/cuasiestacionario aguas abajo, siendo el comportamiento predecible mediante modelos.*

---

## 1. Introducción

En la actualidad, hay multitud de procesos industriales y situaciones en el campo de la ingeniería mecánica que involucran gran variedad de disciplinas. Uno de los procesos que goza de gran popularidad en la industria es la transferencia de calor y de masa. Los intercambiadores de calor son un claro ejemplo de ello, cuya misión es lograr la transferencia de calor entre dos fluidos, estando estos en contacto o bien con una barrera física de por medio. Su aplicación dentro de la ingeniería industrial abarca sistemas de refrigeración [1], ciclos de centrales energéticas, sistemas de climatización [2] o mezcla de químicos [3], entre otros. Cuando se produce mezcla entre dos fluidos, estaríamos hablando de intercambiadores de contacto directo y es obvio que a mayor calidad de mezcla que se logre, mejor transferencia entre ambos. Esto propicia que deba existir difusión no solo térmica, sino también de masa. Para conseguir una mayor difusión entre ambos flujos, se puede recurrir a aumentar la mezcla entre ellos mediante elementos electrónicos (dispositivos activos) o elementos mecánicos estáticos (dispositivos pasivos) [4]. Mientras que los primeros requieren un consumo eléctrico adicional, los dispositivos mecánicos con elementos pasivos buscan aumentar el mezclado con el menor coste posible. Esto se puede lograr, por ejemplo, forzando a los flujos a seguir un camino concreto entre obstáculos, cambiando la forma de un conducto, uniendo conductos en forma de T o incluso induciendo vorticidad mediante interacción fluido-estructura. De entre estas opciones, en el presente artículo nos centramos en la última, para lograr una mejora del mezclado mediante generación de desprendimiento de vórtices de un flujo en un canal interactuando sobre un pilar.

El desprendimiento de vórtices es un fenómeno estudiado en infinidad de artículos en la bibliografía desde hace más de un siglo. Su mecánica es bien conocida y es especialmente estudiado en aplicaciones en ingeniería aeronáutica y aeroespacial. Sin embargo, es un mecanismo que ha sido bastante menos analizado o utilizado en aplicaciones relativas a ingeniería mecánica o industrial, como pueden ser intercambiadores de calor o ventilación. El estudio de la mecánica de este fenómeno comenzó con el trabajo pionero de Mallock [5], Bènard [6,7] y, como no, von Kármán [8]. No obstante, la gran complejidad inherente a la fluidomecánica del proceso ha llevado a que exista una cantidad ingente de publicaciones sobre este tema, las cuales a día de hoy siguen creciendo. Basta hacer una búsqueda simple con la palabra clave “vortex shedding” en *scholar.google* para comprobar que, tan sólo en 2019, se han realizado 8.980 publicaciones científicas en este campo. Esto evidencia la importancia del fenómeno y sus implicaciones e interés aún en el siglo XXI.

Una de las aplicaciones más populares en el estudio de este mecanismo en la literatura ha sido el efecto de diferentes formas del objeto a la hora de generar desprendimiento de vórtice desde él. En esa literatura se pueden destacar trabajos como el uso de superficies rectangulares [9], rectangulares con esquinas contorneadas [10], circulares [11], hexagonales [12], triangulares [13, 14] o placas planas [15]. El efecto de la interacción de flujos con estructuras mecánicas puede observarse en infinidad de situaciones en ingeniería, dando lugar, en ocasiones, al conocido efecto de Vibraciones Inducidas por Vórtices (*Vortex Induced Vibrations*, VIV). En ciertas aplicaciones, esta interacción genera un impacto positivo y es por tanto deseable, como en procesos de transferencia de calor o microdispositivos de mezclado de fluidos para detección de enfermedades (*Lab On Chip devices*); y en otras, su impacto es muy negativo, como sucede en los esfuerzos a los que se someten puentes debido al flameo (*fluttering*, erróneamente asignado a la resonancia por la sabiduría popular), aeroelasticidad de alas de aviones, vórtices y turbulencia aguas abajo en turbinas eólicas que disminuyen su eficiencia, y vientos en chimeneas o edificios altos.

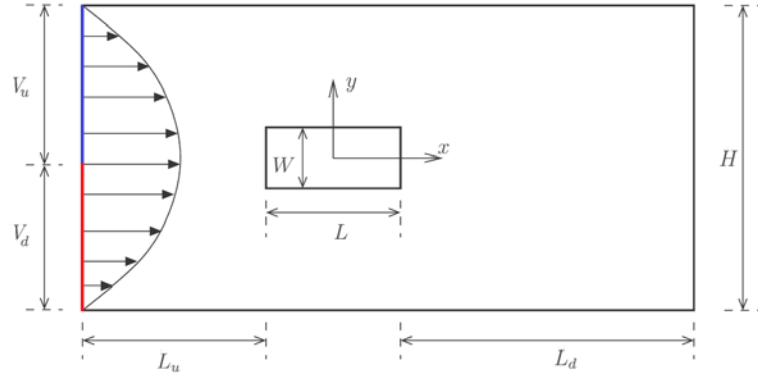
Aplicaciones interesantes del desprendimiento de vórtices pueden encontrarse en la literatura de transferencia de calor. Algunos autores han analizado el uso de diferentes formas para lograr un aumento de la transferencia de calor, incluido el uso de pilares rectangulares [13, 16]. En términos de mezclado, algunos autores estudiaron el uso de placas de separación entre dos fluidos para lograr una mejor mezcla en su desprendimiento [17]. En [18] se estudia el uso de pilares rectangulares para lograr una mejora del mezclado de dos fluidos, estudiando el impacto de la relación de aspecto (dimensiones de altura y anchura del pilar) para lograr el mejor mezclado posible, dados un Reynolds y una relación de bloqueo (dimensión de la altura del pilar respecto a la anchura del canal). En [19] se analizó el impacto en la mejora de un dispositivo activo consistente en un pilar rectangular moviéndose a una amplitud y frecuencia determinadas para obtener un aumento efectivo en el mezclado. En el análisis, se termina encontrando una frecuencia y amplitud capaces de lograr un aumento de la eficiencia de hasta 10 veces la que se obtendría con un elemento estático. En [20], un nuevo dispositivo de mezclado es estudiado, el cual consiste en usar un pilar rectangular desde el cual se inyecta el fluido secundario, logrando un mezclado muy aceptable a bajo coste.

En el presente artículo nos enfocamos en estudiar el comportamiento de diferentes configuraciones geométricas para lograr potenciar lo máximo posible el mezclado entre dos fluidos interactuando con un pilar de sección rectangular, analizando los esfuerzos hidrodinámicos a los que se sometería dicha estructura confinada en un canal, e intentando que la caída de presión sea la menor posible, ya que esta condiciona la potencia de bombeo necesaria. Los esfuerzos a los que estaría sometido dicho pilar rigen la caída de presión que habría que vencer. Por tanto, lo ideal es encontrar configuraciones que logren la mayor eficiencia de mezclado y que a la vez disminuyan los esfuerzos sobre el pilar. El lograr disminuir los esfuerzos de arrastre sobre el pilar condiciona, además, aumentar la vida útil del mecanismo, ya que la fatiga a la que estaría expuesto es menor.

La estructura del artículo se detalla a continuación. En la Sección 2 se describe el problema numéricamente, atendiendo a aspectos como su geometría, mallado, ecuaciones que gobiernan el problema y cómo se han resuelto computacionalmente. La Sección 3 se dedica a mostrar los resultados obtenidos y su correspondiente discusión. La Sección 4 muestra las conclusiones finales obtenidas de este trabajo.

## 2. Problema numérico

El problema a resolver numéricamente consiste en el intercambio de calor y masa entre dos fluidos que impactan sobre un pilar de sección rectangular confinado en un canal por el que fluyen los dos fluidos, tal y como se muestra en la Figura 1. La geometría consiste en un canal bidimensional de anchura  $H$ , al cual entra un flujo parabólico de velocidad media  $U$  que consta de dos fluidos, el fluido superior localizado en la región de entrada  $V_u$ , delimitada por  $0 \leq y \leq H/2$ ; y el flujo inferior localizado en la región de entrada  $V_d$ , delimitada por  $-H/2 \leq y \leq 0$ . El pilar posee dimensiones  $W \times L$ , encontrándose el origen de coordenadas en el centroide de su sección. La cara del pilar más cercana a la entrada se encuentra a una distancia  $L_u$ , mientras que la cara más cercana a la salida del canal está a la distancia  $L_d$ . Para caracterizar geométricamente cada configuración mediante parámetros adimensionales, se han definido los parámetros geométricos de relación de bloqueo  $BR = W/H$  y el relación de aspecto  $AR = L/W$ . La longitud total del conducto es  $L_T = (L_u + L + L_d)/W = 5$ . Las magnitudes características para longitud, tiempo, presión y velocidad en este problema son  $W$ ,  $W/U$ ,  $\rho U^2$  y  $U$ , respectivamente.



**Figura 1:** Geometría del pilar encerrado en el canal.

En cuanto al caudal, se ha estudiado un número de Reynolds,  $Re$ , entre 120 y 200, lo que implica en todo momento un flujo laminar, ya que dicho número establece la relación entre las fuerzas de inercia y las viscosas, definiéndose como

$$Re = \frac{\rho U H}{\mu}, \quad (1)$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido,  $U$  es la velocidad media de la entrada,  $H$  se ha tomado como longitud característica para este número adimensional por ser lo más común en la literatura y  $\mu$  es la viscosidad dinámica. Las propiedades físicas son las mismas en ambos fluidos. De cara a la difusión térmica, el número de Prandtl relaciona la velocidad de difusión de la cantidad de movimiento (movimiento viscoso) con la velocidad de difusión térmica ( $Pr = \nu/\alpha$ ), siendo  $\alpha$  la difusividad térmica. Para la difusión molecular en el mezclado entre ambos fluidos, el número de Schmidt ( $Sc = \nu/D$ ) define el ratio entre la velocidad de la difusión de la cantidad de movimiento respecto la difusión másica, siendo  $D$  la difusividad másica. El número adimensional que relaciona convección y difusión es el número de Peclet  $Pe$ , el cual será  $Pe = Re \cdot Pr$  para difusión térmica o  $Pe = Re \cdot Sc$  para difusión másica. Para tener un escenario más desfavorable que dé mayor importancia a un buen mezclado se ha utilizado un valor alto para el número de Prandtl/Schmidt (y, por tanto, del número de Peclet), siendo  $Pe = Re \cdot 10^4$ . Así, el estudio permite saber el impacto real de la geometría, que es lo que más nos interesa en este proceso de diseño del elemento mecánico de mezclado.

### 2.1. Ecuaciones y descripción teórica

Las ecuaciones que gobiernan el problema son las ecuaciones de Navier-Stokes. Estas ecuaciones consisten en la ecuación de continuidad y cantidad de movimiento, que escritas de manera adimensional para un flujo bidimensional incompresible son:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla p + Re^{-1} \nabla^2 \vec{v}, \quad (3)$$

donde  $\vec{v}$  es el vector velocidad y  $p$  es la presión. Por otra parte, el proceso de mezclado se rige por la ecuación de convección-difusión, de la forma:

$$\frac{\partial K}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) Y = Pe^{-1} \nabla^2 Y, \quad (4)$$

siendo  $Y$  una magnitud escalar (fracción másica o temperatura) representativa del proceso de mezclado y  $Pe$  es el número de Peclet.

De cara al comportamiento del flujo aguas abajo, cabe esperar dos situaciones en función de la configuración geométrica y número de Reynolds. Si el Reynolds es menor que un determinado Reynolds crítico para una configuración de  $AR$  y  $BR$ , se tendrá un flujo estacionario aguas abajo del pilar. Por otro lado, si se sobrepasa el Reynolds crítico, el comportamiento será oscilatorio a consecuencia del desprendimiento de vórtices. Dichas oscilaciones tendrán una frecuencia  $f$  determinada, cuya característica se rige adimensionalmente por su correspondiente número de Strouhal, el cual se define:

$$St = \frac{fW}{U}. \quad (5)$$

A partir del Strouhal, se define el valor promedio temporal de las variables sometidas a oscilación, siendo dicho cálculo para una variable arbitraria  $g$ :

$$\langle g \rangle = \int_{t_0}^{t_0+St^{-1}} g(t') dt', \quad (6)$$

siendo  $t_0$  un valor temporal de referencia para el cálculo.

Cuando el flujo exhibe un comportamiento oscilatorio aguas abajo, es también interesante resaltar el hecho de que las fuerzas que actúan sobre el pilar también lo son. Este hecho es de vital importancia en algunas aplicaciones, ya que potencialmente deriva en vibraciones mecánicas transmitidas sobre el pilar. Esas vibraciones pueden no sólo afectar negativamente a la vida útil del sistema, sino también inducir más vorticidad, lo cuál sí es positivo. En el presente estudio se considera el pilar de rigidez suficiente como para no variar su forma bajo la acción de las fuerzas fluidodinámicas. Estas fuerzas a las que se encuentra sometido son la fuerza de arrastre y la fuerza de sustentación. A su vez, estas fuerzas dan lugar a los coeficientes adimensionales de arrastre y sustentación, que son:

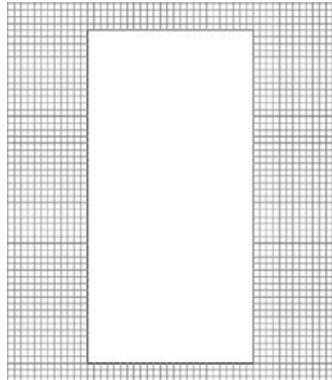
$$Cd = \frac{F_x}{\frac{1}{2}\rho U^2 W}, \quad (7)$$

$$Cl = \frac{F_y}{\frac{1}{2}\rho U^2 W}, \quad (8)$$

donde  $F_x$  y  $F_y$  son las componentes de la fuerza a la que está sometido el pilar en el eje  $x$  y eje  $y$ , respectivamente. Estas fuerzas serán analizadas en más detalle en la Sección 3.

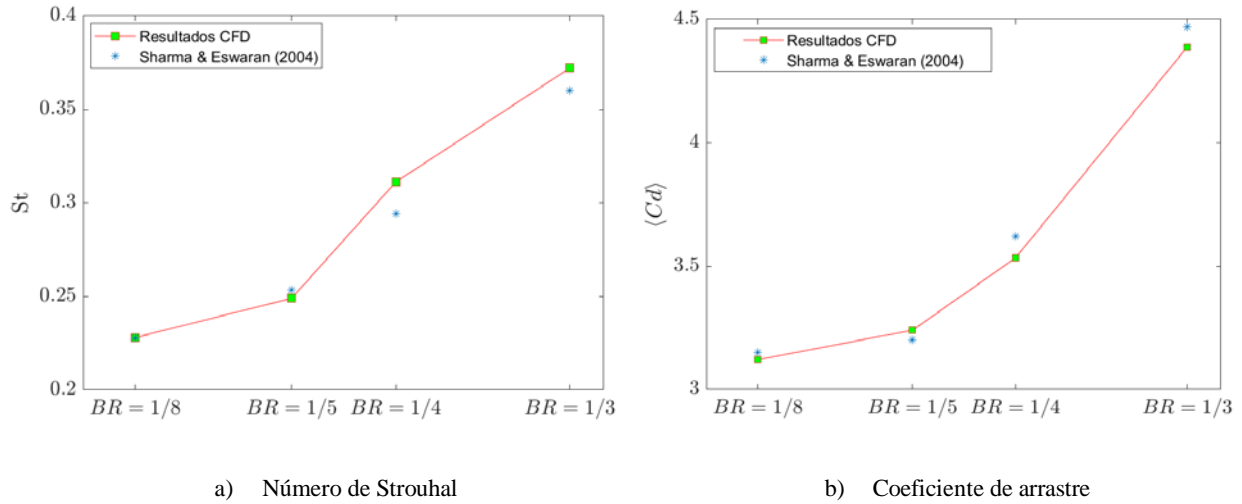
## 2.2. Mallado computacional y modelo numérico

Las ecuaciones de Navier-Stokes se han resuelto numéricamente con el software comercial FLUENT. Para ello se ha realizado un mallado como el mostrado en la Figura 2. Se ha activado la opción SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) [21] para resolver el acoplamiento entre velocidad y presión correctamente. Las condiciones de contorno para las ecuaciones diferenciales resueltas por el software consisten en “*velocity-inlet*” para la que se ha impuesto un perfil parabólico de la velocidad y la temperatura/fracción másica. Las paredes del pilar y del canal tienen la condición de contorno de tipo pared “*wall*”, que permite definir que no haya deslizamiento entre sólido y fluido, resolviendo correctamente la capa límite. Asimismo, se ha definido un flujo de calor/masa nulo entre las paredes sólidas y el fluido. A la salida se ha impuesto la condición “*pressure outlet*”, la cual permite fijar la presión a la salida, así como permitir la inversión del flujo (reverse flow condition), ya que la vorticidad produce un movimiento oscilatorio con la velocidad cambiando su dirección constantemente. El intervalo temporal ha sido tomado de manera que el número de Courant nunca sea mayor o igual que 1.



**Figura 2:** Detalle del mallado alrededor del pilar.

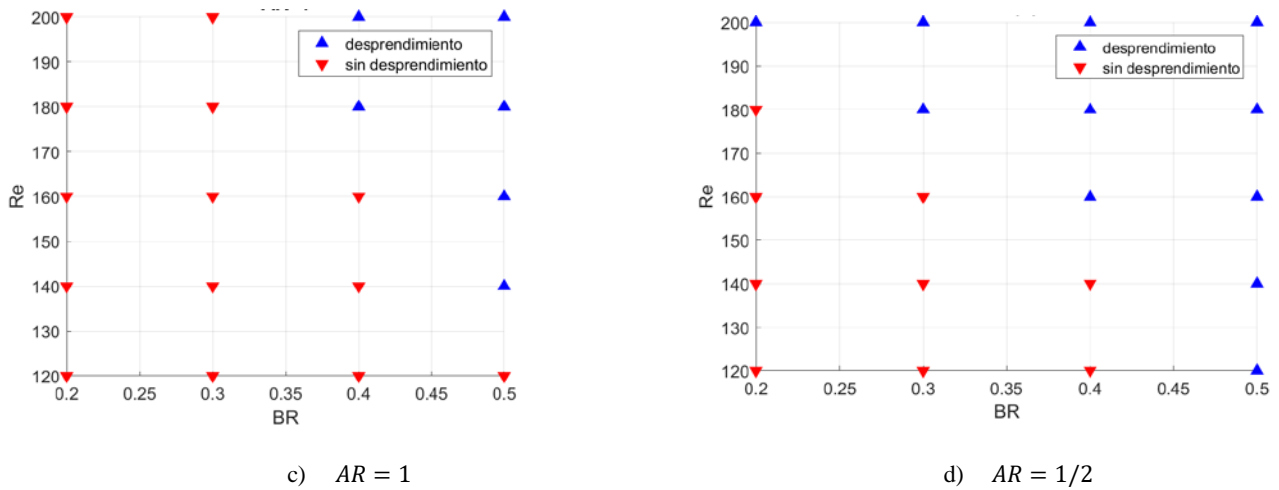
La validación del mallado y método numérico general se ha realizado comparando con datos de otros autores. Esta validación se muestra en la Figura 3, para el número de Strouhal y coeficiente de arrastre. Como puede observarse, los resultados son muy similares, concluyendo que el modelado numérico es preciso.

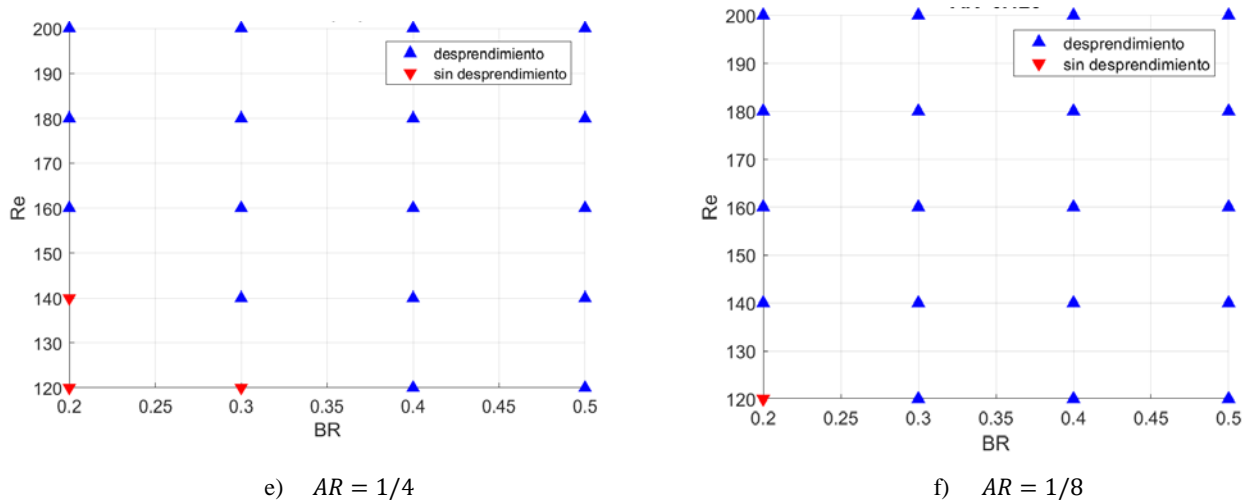


**Figura 3:** Validación del estudio computacional.  $Re = 100$  y  $AR = 1$ .

### 3. Resultados

El comportamiento del flujo alrededor del pilar ha sido simulado numéricamente para varias configuraciones. Los casos simulados corresponden a los valores de  $AR = \{1, 1/2, 1/4, 1/8\}$ ,  $BR = \{0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$  y  $Re = \{120, 140, 160, 180, 200\}$ , siendo, por tanto, el flujo laminar. Para estas simulaciones se han analizado los parámetros más importantes, como por ejemplo la existencia de desprendimiento de vórtices. Es importante conocer el efecto que tiene cada configuración al respecto, para determinar si la interacción entre el fluido y la estructura del pilar puede derivar en un flujo permanente u oscilatorio transitorio aguas abajo. En la Figura 4 se muestra el comportamiento del movimiento en función de si hay o no desprendimiento de vórtices para cada configuración simulada. Puede observarse claramente que existen límites de transición, los cuales quedarían definidos por el determinado Reynolds crítico ( $Re_c$ ), que sería el valor del número de Reynolds a partir del cual aparece el fenómeno de desprendimiento.





**Figura 4:** Desprendimiento de vórtice en función de  $Re$ ,  $AR$  y  $BR$ .

Debido a que para cada Reynolds y configuración geométrica el comportamiento puede variar dramáticamente, es importante encontrar relaciones o modelos entre esos parámetros geométricos y las magnitudes físicas que rigen la mecánica del problema, pues así el comportamiento puede ser estimado para la práctica ingenieril. Aguas abajo, la mecánica del fluido tras bordear la superficie del pilar conlleva un mezclado por desprendimiento de vórtice. Este proceso será más o menos eficiente en función de la intensidad y frecuencia con la que se produzca el movimiento oscilatorio, determinado por el número de Strouhal, definido con anterioridad. Dicho movimiento oscilatorio tiene gran importancia a la hora de determinar la eficiencia mecánica de mezclado. La expresión que permite calcular dicha eficiencia por mecánica de desprendimiento es:

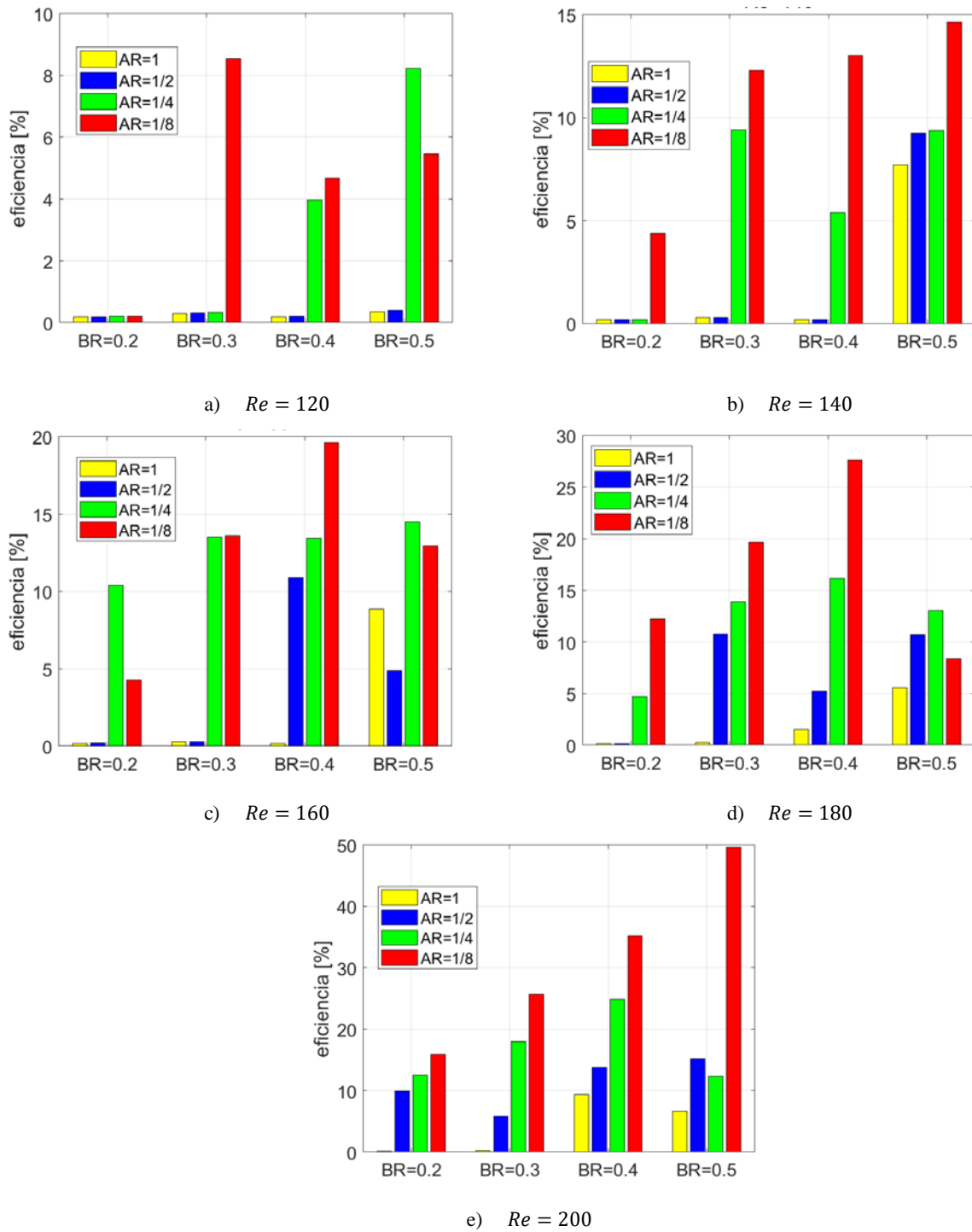
$$\gamma = \left(1 - \frac{\langle \sigma \rangle}{\sigma_{max}}\right) \times 100, \quad (9)$$

siendo  $\sigma$  la desviación estándar de la temperatura o de la fracción másica de uno cualquiera de los fluidos a la salida del canal y  $\sigma_{max}$  es el valor máximo que esta puede alcanzar en la simulación y que obviamente hace referencia a la entrada, cuyo valor es 0.5. Dado que hay dos fluidos únicamente y, por tanto, la fracción másica del flujo varía entre 0 y 1, si  $\sigma = 0$ , la fracción másica permanece uniforme, obteniendo una eficiencia del 100%. Si por el contrario  $\sigma = 0.5$ , entonces no existe mezcla en absoluto, teniendo una eficiencia del 0%. En la Figura 5 se muestra la eficiencia para diferentes números de Reynolds. Se observan varios comportamientos interesantes, siendo el más destacado el conseguir la mejor eficiencia a  $Re = 200$ , con un aumento de la eficiencia lineal para  $AR = 1/8$  a medida que aumenta el  $BR$ . La mejor eficiencia corresponde a la configuración  $Re = 200$ ,  $AR = 1/8$  y  $BR = 0.5$ , siendo su valor un 50%.

Para un  $Re$  y  $BR$  fijos, valores altos de  $AR$  suelen producir una eficiencia más pobre que valores bajos. Esto tiene sentido, pues el pilar se estaría alargando en la dirección del movimiento del flujo, permitiendo así a dicho flujo el adaptarse a la superficie del pilar, disminuyendo así el desprendimiento de vórtice [22]. Llama la atención que cuando se fija el  $Re = 140$ , para  $AR = 1$  y  $1/2$  se consigue un aumento de la eficiencia de golpe al pasar de  $BR = 0.4$  a  $0.5$ .

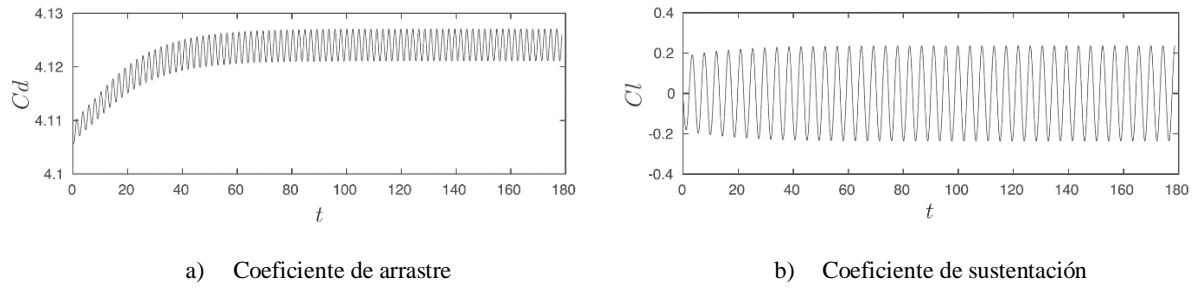
Con  $Re$  y  $AR$  fijos, la eficiencia es generalmente la más baja cuando  $BR$  tiene su valor mínimo,  $BR = 0.2$ . Si a esta configuración se le suma un  $AR$  alto, tendríamos un pilar muy fino y alargado paralelo al canal, lo que lleva a un esperado pésimo comportamiento de mezclado, con eficiencia prácticamente nula con ausencia de desprendimiento. Un  $BR$  alto es por tanto una buena opción, pues a igualdad de caudal, disminuir la sección de paso aumenta la velocidad, llevando a una especie de expansión brusca localizada que promueve la vorticidad.

Mientras que la interacción entre  $AR$  y  $BR$  permite entrever que lo que más interesa es un pilar de  $AR$  bajo ( $AR = 1/8$ ) y  $BR$  alto ( $BR = 0.4$  o  $0.5$ ) para evitar que el flujo se adapte, cuando el Reynolds entra en juego se observa mayor complejidad. Por ejemplo, para  $160 \leq Re \leq 180$ , se produce una caída de la eficiencia al aumentar de  $BR = 0.4$  a  $BR = 0.5$ . Ocurre también que, para  $Re = 160$  y  $AR = 1/4$ , la eficiencia prácticamente no cambia al variar  $BR$ . Existe, por tanto, un comportamiento muy variable en el desprendimiento de vórtices conforme se varíe el Reynolds, no observándose un comportamiento de aumento o disminución progresiva. Queda evidente, por tanto, que es un problema de una mecánica compleja, con cambios notables de una configuración a otra y con relaciones no lineales entre los parámetros de cada configuración. Todo esto hace que sea complicado realizar modelos de ajuste para establecer predicciones.



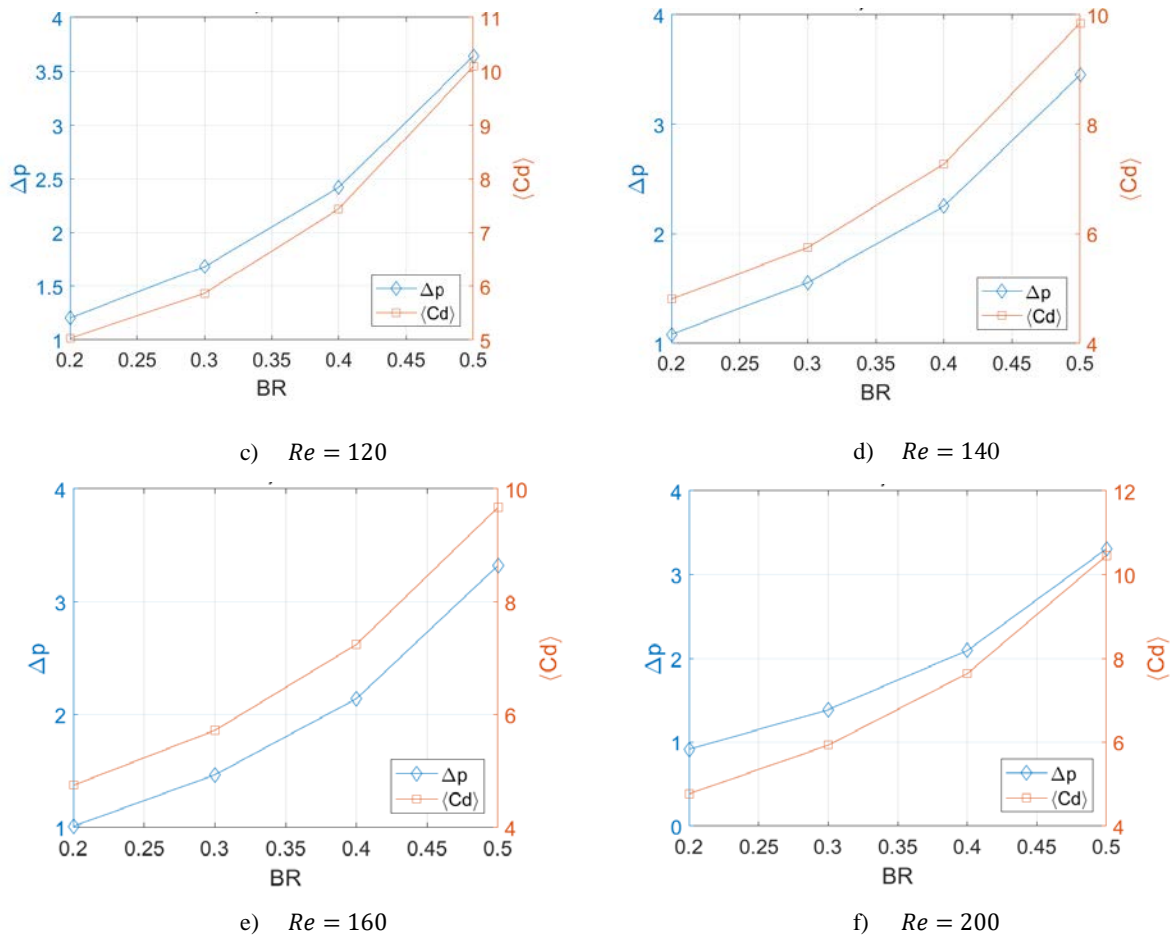
**Figura 5:** Eficiencia de mezclado en función de  $Re$ ,  $AR$  y  $BR$ .

Es evidente que esta mecánica de mezclado está relacionada con las fuerzas aerodinámicas que ejerce el flujo sobre el pilar. Estas fuerzas son la fuerza de sustentación y la de arrastre, cuya adimensionalización da lugar al coeficiente de sustentación y arrastre,  $C_l$  y  $C_d$ , respectivamente. Debido al movimiento periódico oscilatorio del flujo aguas abajo, las fuerzas que actúan sobre el pilar también lo son, tal y como se muestra en la Figura 6.



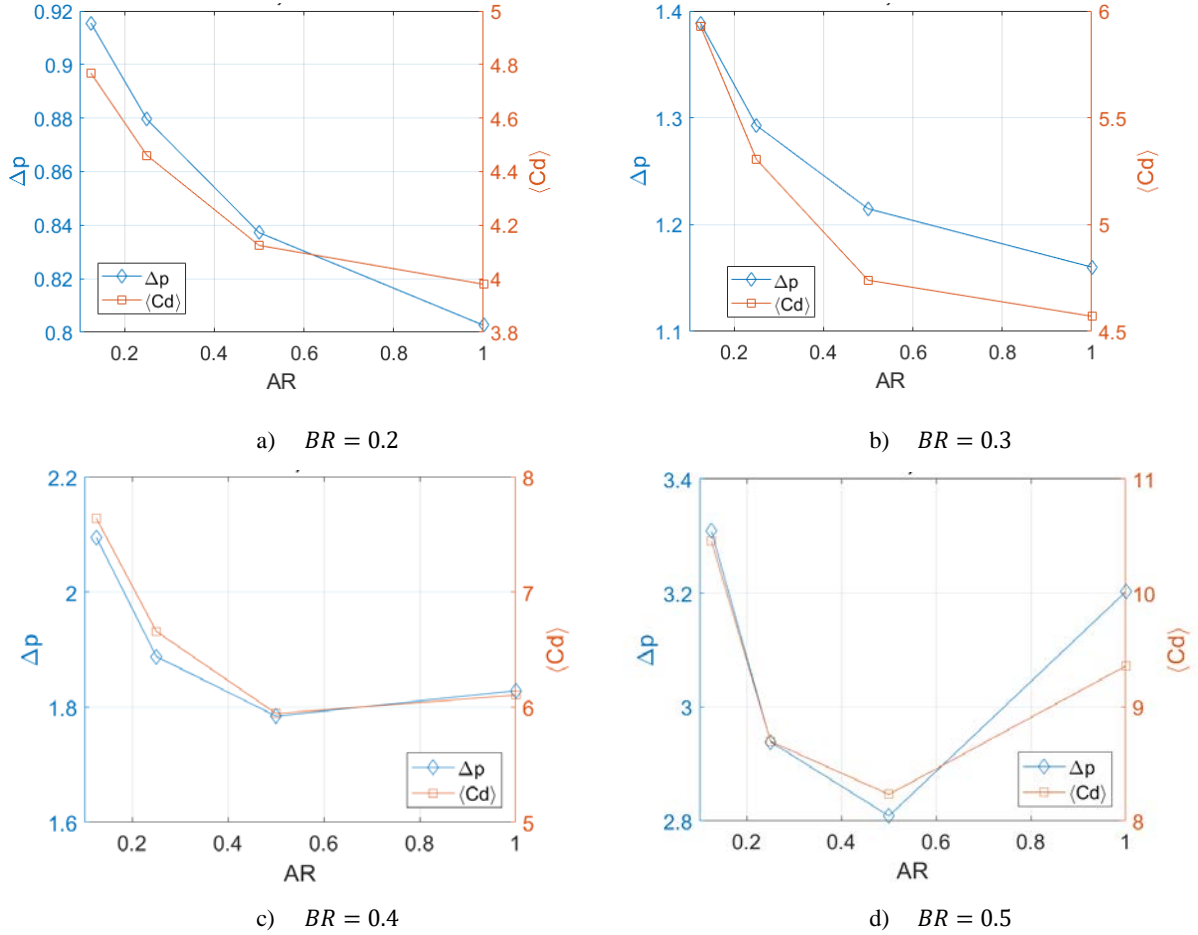
**Figura 6:** Coeficientes de arrastre y sustentación para  $Re = 200$ ,  $BR = 0.2$  y  $AR = 1/2$ .

Por tanto, es de interés el obtener modelos de correlación que expliquen el comportamiento de las fuerzas a las que está sometido el pilar, así como estimar la pérdida de presión que habría que superar (potencia de bombeo necesaria) para que se produzca el comportamiento deseado. Es evidente que la fuerza de arrastre y la pérdida de presión están relacionadas. Para ello no hay más que observar la Figura 7, en la que se muestra una comparativa del comportamiento de  $\Delta p$  y  $\langle Cd \rangle$ , para  $AR = 1/8$  y a diferentes Reynolds, presentando ambos parámetros un comportamiento semejante a medida que se aumenta el  $BR$ . Se observa una tendencia creciente muy clara de ambos parámetros conforme aumentamos el  $BR$ , sin embargo, cuando observamos el comportamiento a distintos  $AR$ , la tendencia no es tan clara, tal y como se muestra en la Figura 8. Esto nos lleva a tomar la decisión de hacer dos correlaciones: una para  $AR > 1/2$  y otra para  $AR \leq 1/2$ .



**Figura 7:** Pérdida de presión y coeficientes de arrastre para distintos  $Re$ ,  $BR$  y con  $AR = 1/8$ .





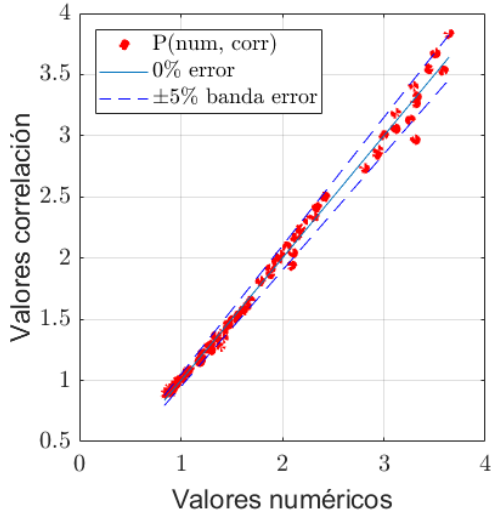
**Figura 8:** Pérdida de presión y coeficientes de arrastre para distintos  $BR$ ,  $AR$  y con  $Re = 200$ .

Por tanto, mediante un ajuste no lineal, el modelo resultante para  $\Delta p$  queda como:

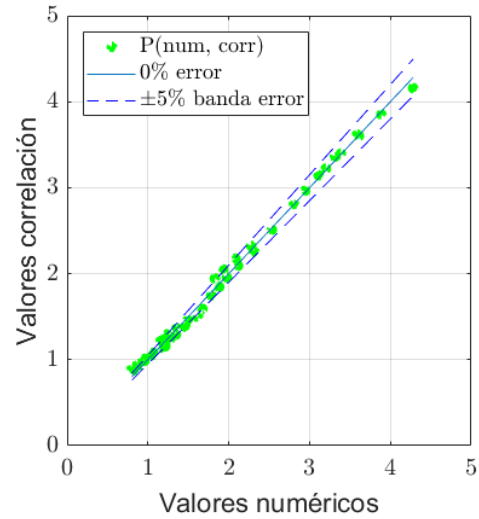
$$\Delta p = \frac{10}{\sqrt{Re}} [18.3337BR^{2.7793}AR^{-0.0801} + 1.043], \text{ para } \frac{1}{8} \leq AR \leq \frac{1}{2}, \quad (10)$$

$$\Delta p = \frac{10}{\sqrt{Re}} [34.5737BR^{3.3278}AR^{0.2652} + 1.1120], \text{ para } \frac{1}{2} < AR \leq 1, \quad (11)$$

presentando un error medio de 2.6092% la primera correlación, y un 3.3102% la segunda. Este error medio se ha calculado como  $error = \frac{|\text{valor correlación} - \text{valor CFD}|}{\text{valor correlación}}$ . El ajuste se ha realizado basándonos en la ley de Stokes para fuerzas de arrastre, que indica que el coeficiente de arrastre es inversamente proporcional al número de Reynolds, y en el ajuste realizado en el trabajo [18], el cual realizaba un ajuste muy preciso en una geometría similar empleando la inversa de la raíz cuadrada del  $Re$ . El numerador de la expresión es una componente puramente geométrica en la que se ha empleado un clásico ajustes de producto con potencias. En la Figura 9 se muestra una gráfica de validación del ajuste para ambas correlaciones. Se observa que, a pesar de la compleja no linealidad existente entre los parámetros, las correlaciones son muy precisas.



a) Ajuste Ecuación (10)



b) Ajuste Ecuación (11)

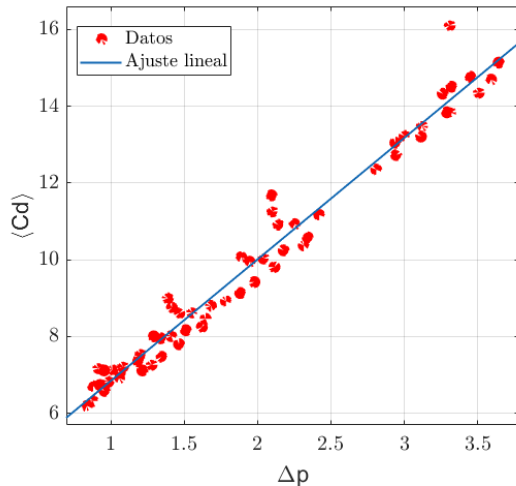
**Figura 9:** Validación de la correlación para la pérdida de presión en función de BR, AR y Re.

Tal y como se observó en la Figura 7, existe un comportamiento similar entre  $\Delta p$  y  $\langle Cd \rangle$ . Al disponer de modelos para  $\Delta p$  que relacionan a dicha variable con el  $Re$  y características geométricas, si se consigue un modelo para  $\langle Cd \rangle$  capaz de relacionarla con  $\Delta p$  estaríamos, por tanto, relacionando a  $\langle Cd \rangle$  con los parámetros de la configuración:  $\langle Cd \rangle = \langle Cd \rangle(\Delta p) = \langle Cd \rangle(AR, BR, Re)$ . No se incluye  $\langle Cl \rangle$  en las correlaciones debido a que esta magnitud  $Cl$  promediada en el tiempo vale cero. Estos modelos se muestran a continuación en las Ecuaciones (12) y (13). A pesar de que un único modelo habría sido posible, se ha vuelto a dividir en función de los valores de  $AR$ . Esto es así por dos motivos: i) para mantener cierta consistencia en el modelado, siguiendo la misma filosofía que en las ecuaciones de  $\Delta p$ ; y ii) debido a que hay más desviación de los datos respecto a la tendencia lineal para  $\frac{1}{8} \leq AR \leq \frac{1}{2}$ . No obstante, se puede observar claramente que ambos modelos lineales son muy similares, pues tanto la pendiente como el término independiente tienen valores relativamente similares.

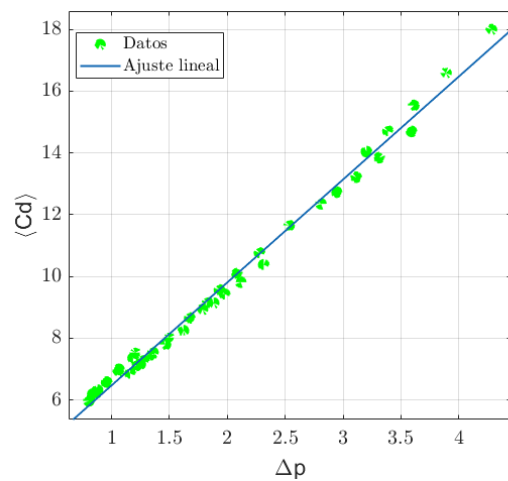
$$\langle Cd \rangle = 3.1675\Delta p + 3.6758, \text{ para } \frac{1}{8} \leq AR \leq \frac{1}{2}, \quad (12)$$

$$\langle Cd \rangle = 3.3323\Delta p + 3.1409, \text{ para } \frac{1}{2} < AR \leq 1. \quad (13)$$

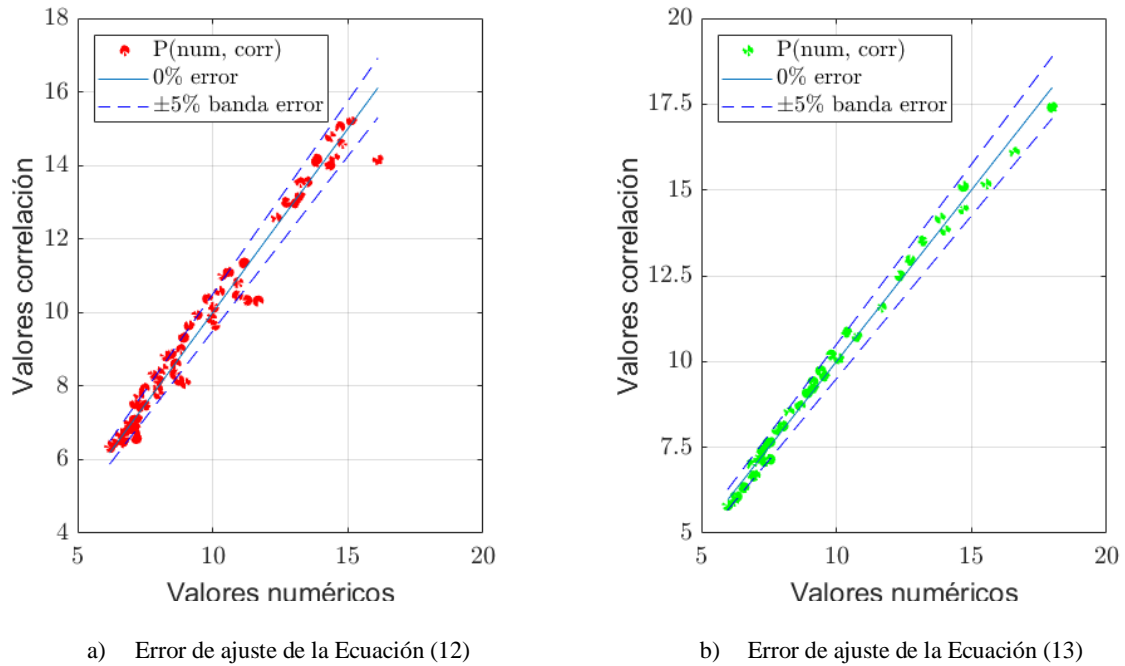
Estos ajustes presentan un error medio de 3.4707% para Ecuación (12) y 2.4614% para Ecuación (13). En la Figura 10 se muestran dichos ajustes lineales, mientras que en la Figura 11 se muestran las gráficas de validación del ajuste para ambas correlaciones. Se observa que, a pesar de la compleja no linealidad existente entre los parámetros, las correlaciones son muy precisas.



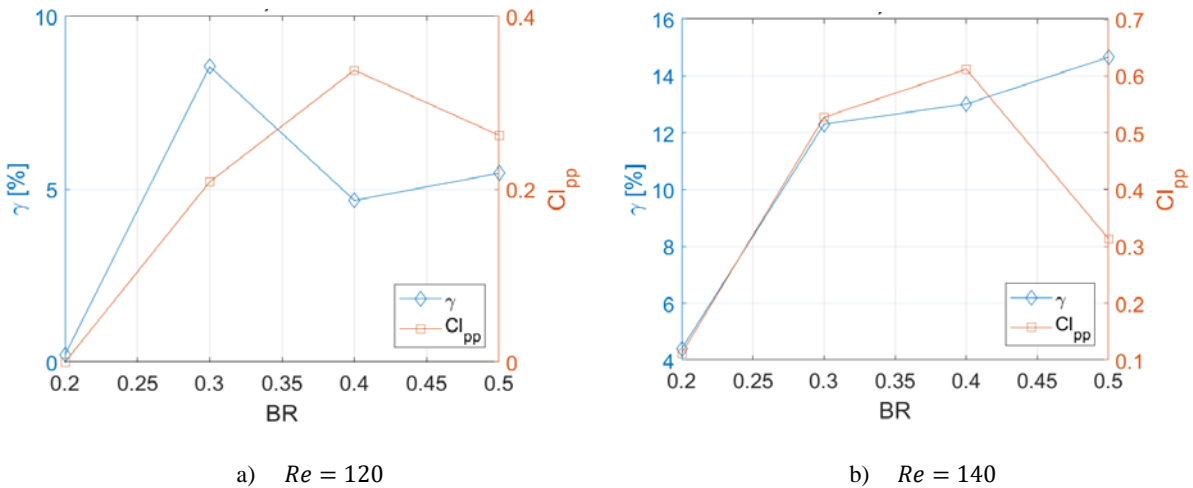
a) Ajuste lineal de la Ecuación (12)

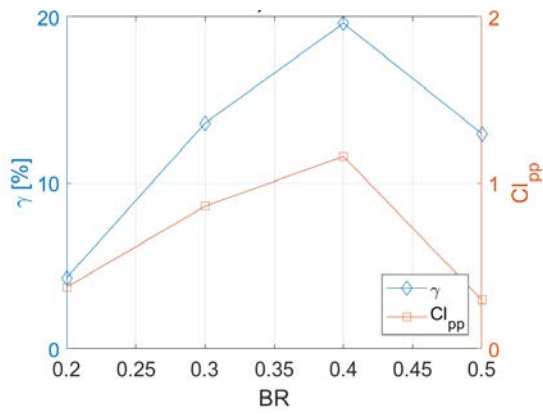
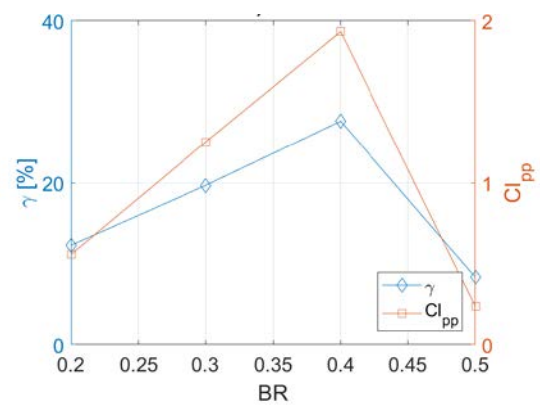
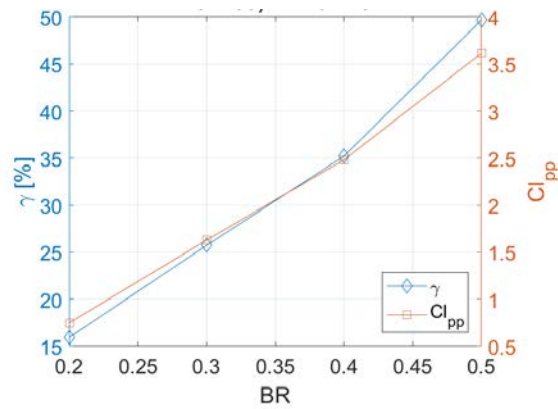


b) Ajuste lineal de la Ecuación (13)

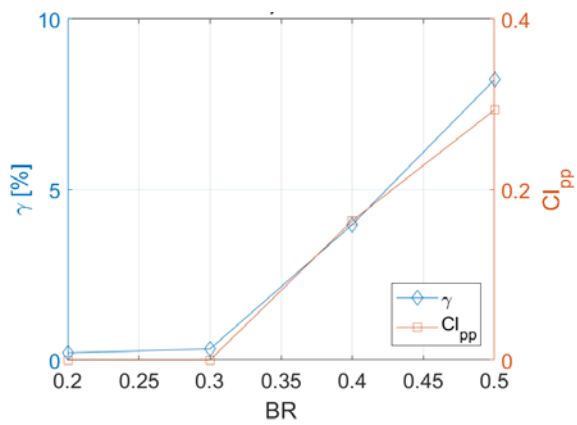
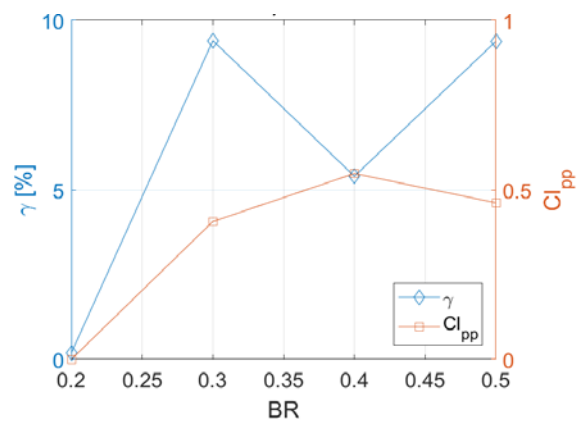
**Figura 10:** Correlación para el coeficiente de arrastre en función de la caída de la presión.**Figura 11:** Validación de la correlación para el coeficiente de arrastre en función de la caída de la presión.

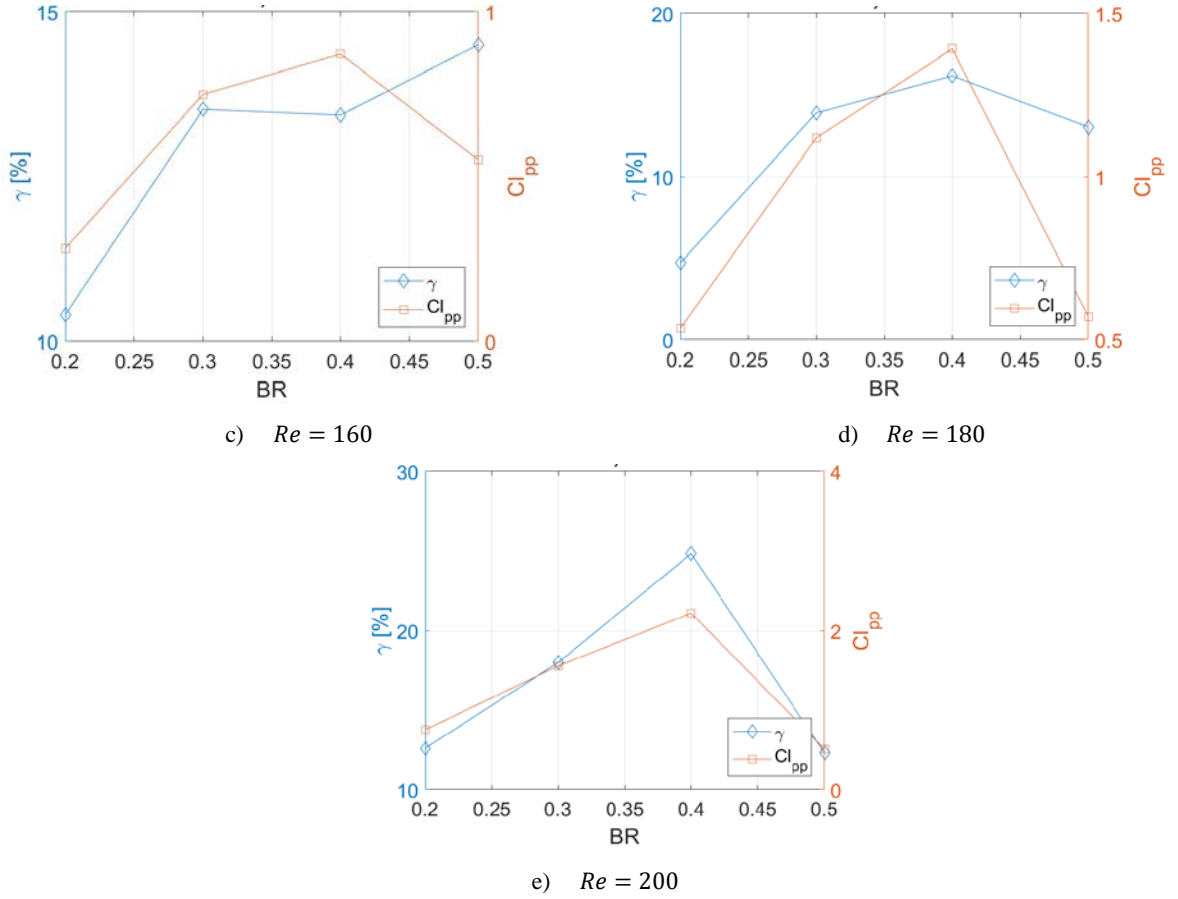
La otra fuerza a la que estaría sometida el pilar en el canal, fuerza de sustentación  $Cl$ , presenta un comportamiento también oscilatorio, pero cuya media temporal tiene valor cero (ver Figura 6). Esto es así porque el perfil del pilar es rectangular, y sobre él incide completamente perpendicular el flujo en el canal (ángulo de ataque igual a cero). Por este motivo, lo más acertado para estudiar esta magnitud es analizar su valor pico a pico (de ahí el subíndice  $pp$  de ahora en adelante). En la Figura 12 se muestra el comportamiento de esta magnitud respecto a la eficiencia de mezclado. A priori no se observa ninguna relación clara entre ambas, aunque llama la atención el hecho de que, para  $Re \geq 160$  cuando  $AR = 1/8$ , la eficiencia se comporta de manera muy semejante a  $Cl_{pp}$ , aunque no es un comportamiento generalizable y para otros valores de  $AR$  no ocurre, tal y como se muestra en la Figura 13. De hecho, este comportamiento está obviamente muy influenciado por la geometría considerada en cada caso, tal y como se expuso en el estudio de los casos con desprendimiento de vórtice.



c)  $Re = 160$ d)  $Re = 180$ e)  $Re = 200$ 

**Figura 12:** Eficiencia de mezclado y valor pico a pico del coeficiente de sustentación, en función de  $Re$  y  $BR$ , para  $AR = 1/8$ .

a)  $Re = 120$ b)  $Re = 140$



**Figura 13:** Eficiencia de mezclado y valor pico a pico del coeficiente de sustentación, en función de  $Re$  y  $BR$ , para  $AR = 1/4$ .

### 3.1. Optimización del dispositivo para maximizar su coste energético para el mezclado de dos fluidos

Una vez estudiada la mecánica del comportamiento del pilar sometido a esfuerzos aerodinámicos, es interesante el estudiar cómo las diferentes configuraciones de dicho pilar pueden dar lugar a un mezclado eficiente. Por mezclado eficiente se entiende al lograr un buen mezclado mientras que la pérdida de presión en el canal se vea minimizada. Se busca, por tanto, el lograr una fuerza de arrastre promediada temporalmente lo menor posible. Para ello, vamos a definir el siguiente ratio como el coste energético para el mezclado por vía mecánica (coste energético necesario para aumentar un 1% la eficiencia de mezclado [18]):

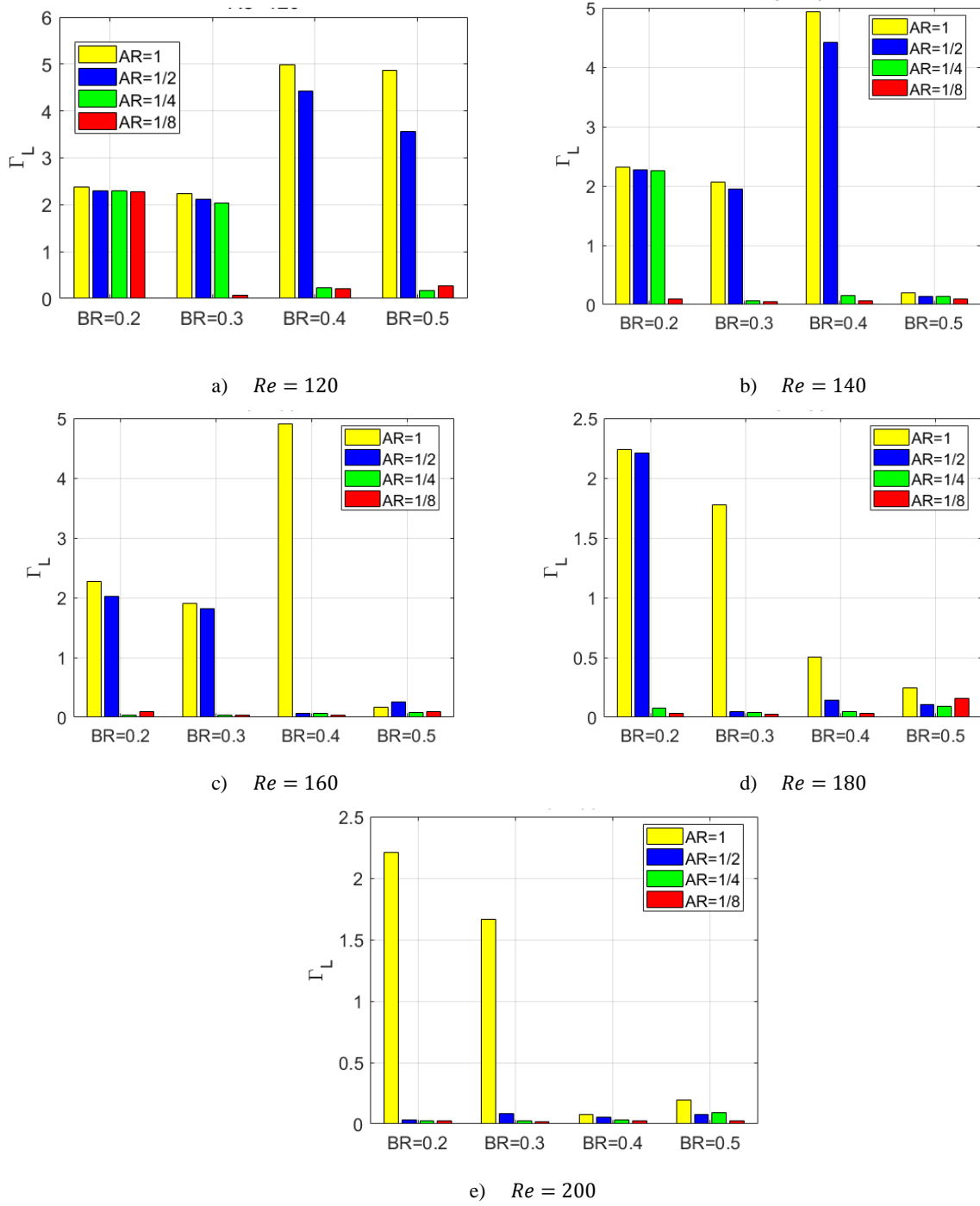
$$\Gamma = \frac{\pi}{\gamma} = \frac{2\Delta p}{\gamma}, \quad (14)$$

y cuyo valor puede normalizarse en función de la longitud total del canal  $L_T$ , definiéndose el coste energético por unidad de longitud  $\Gamma_L$  como:

$$\Gamma_L = \frac{\pi}{\gamma L_T} = \frac{\pi_L}{\gamma}. \quad (15)$$

Tal y como se definió en las correlaciones mostradas en las Ecuaciones (12) y (13),  $\Delta p$  y  $\langle Cd \rangle$  son directamente proporcionales, por lo que el efecto de disminuir la caída de presión o disminuir la fuerza de arrastre sobre el pilar en el canal sería equivalente. La longitud total para el cálculo del coste energético está fija a  $L_T = 5$ . En la Figura 14 se muestra el coste energético por unidad de longitud para cada configuración estudiada. Obviamente, debido a que  $\Gamma_L$  mide el coste que tiene el conseguir un mejor mezclado, lo que nos interesa es encontrar aquella configuración óptima que nos permita que  $\Gamma_L$  tenga el menor valor posible. Tal y como se puede observar en la Figura 14, la configuración óptima correspondería a aquella con  $Re = 200$ ,  $AR = 1/8$  y  $BR = 0.3$ , obteniendo  $\Gamma_L = 0.0216 \%^{-1}$ . En ocasiones, el ingeniero encargado de diseñar el intercambiador por mezclado de desprendimiento de vórtice puede estar interesado en un número de Reynolds fijo, ya que existen infinidad de opciones, llegándose incluso a valores de dicho número a partir del cuál exista turbulencia. Restringiéndonos a los valores del  $Re$  analizados en este trabajo, los valores óptimos de cada configuración se muestran en la Tabla 1. En base a esta tabla, podemos concluir ciertos hechos relevantes. En primer lugar, se puede ver que, en términos generales, la configuración geométrica óptima sería  $AR = 1/8$  y  $BR = 0.3$ . En segundo lugar, la configuración

óptima global, aquella para  $Re = 200$ , demuestra conseguir no solo el mejor ratio  $\Gamma_L$ , sino la mejor eficiencia mecánica de mezclado  $\gamma$ . La caída de presión es, asimismo, la segunda menor de entre las 5 configuraciones óptimas. El presente estudio podría, por tanto, ampliarse para valores del número de Reynolds por encima de 200 y valores de  $AR$  por debajo de  $1/8$ .



**Figura 14:** Coste energético por unidad de longitud en función de  $Re$ ,  $AR$  y  $BR$ .

**Tabla 1:** Casos óptimos para cada número de Reynolds.

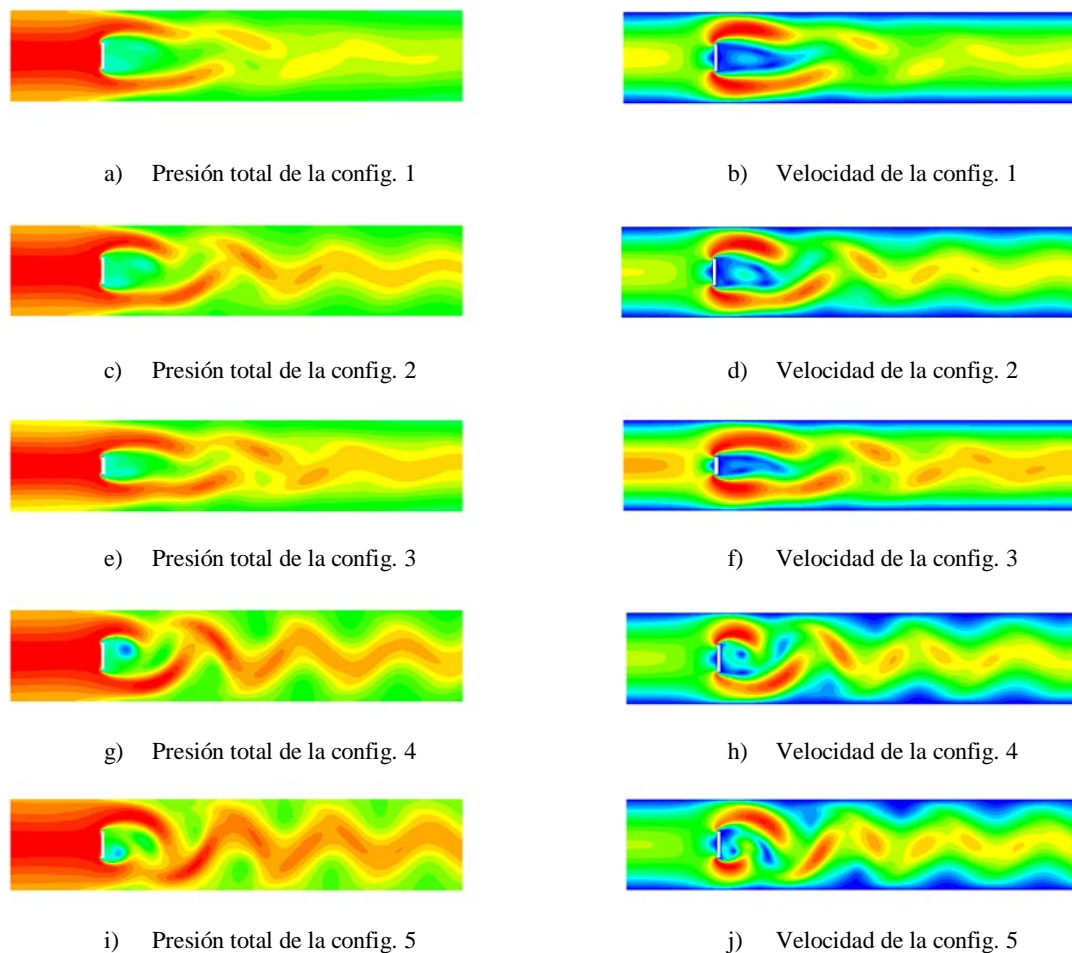
Config.	$Re$	$AR$	$BR$	$\Gamma_L$ [1/%]	$\gamma$ [%]	$\Delta p$
1	120	1/8	0.3	0.0788	8.5414	1.6826
2	140	1/8	0.3	0.0506	12.2980	1.5546
3	160	1/4	0.2	0.0378	10.4022	0.9831
4	180	1/8	0.3	0.0288	19.6760	1.4160
5	200	1/8	0.3	0.0216	25.7284	1.3886

Para estas configuraciones óptimas, se ha determinado además la precisión de los modelos de correlación desarrollados para el incremento de presión y el coeficiente de arrastre, tal y como se muestra en la Tabla 2. Se observa que las correlaciones predicen bastante bien estos casos, aunque el error aumenta para los números de Reynolds más altos. Este error podría disminuirse si en lugar de fijar el Reynolds con su raíz cuadrada se hubiera dado más libertad al exponente. Sin embargo, se ha intentado un ajuste lo más simple posible, ya que aumentar el número de coeficientes en el ajuste tampoco es buena idea y llevaría a un sobreajuste del modelo a los datos. No obstante, dado el comportamiento altamente no lineal, se puede considerar que estos modelos de correlación predicen el comportamiento con mucha precisión.

**Tabla 2:** Predicción de las correlaciones para los casos óptimos de cada número de Reynolds.

Config.	$Re$	$AR$	$BR$	$\Delta p$	$\Delta p$ correl.	Error $\Delta p$ [%]	$\langle Cd \rangle$	$\langle Cd \rangle$ correl.	Error $\langle Cd \rangle$ [%]
1	120	1/8	0.3	1.6826	1.6483	2.0374	8.7985	9.0053	2.3510
2	140	1/8	0.3	1.5546	1.5260	1.8367	8.6284	8.5999	0.3303
3	160	1/4	0.2	0.9831	1.0093	2.6714	6.8226	6.7897	0.4817
4	180	1/8	0.3	1.4160	1.3458	4.9546	8.7476	8.1609	6.7069
5	200	1/8	0.3	1.3886	1.2768	8.0553	8.9965	8.0743	10.2515

A continuación, se muestran para estas configuraciones óptimas los resultados de las simulaciones CFD en la Figura 15. En dicha figura se muestra la presión y velocidad en el canal. Se observa con claridad cómo para la configuración 3, al tener ésta menor  $BR$ , la caída de presión es menor al haber una región de estancamiento (zona de velocidad nula debido al impacto del flujo) mucho menor que en los demás casos. Por el contrario, lo que se observa es que, aunque era de esperar un aumento en la amplitud de la oscilación debido al aumento del número de Reynolds, su movimiento de oscilación aguas abajo posee menos amplitud que para su configuración predecesora, configuración 2. La configuración 5 claramente logra la mayor oscilación aguas abajo, produciendo así el mejor mezclado.



**Figura 15:** Contornos de presión total y velocidad total para las 5 configuraciones. En la escala de colores (de color cálido a frío), el rojo indica el valor máximo y el azul el valor mínimo..

## 4. Conclusiones

El presente trabajo versa sobre el estudio computacional de un pilar confinado en un canal, sobre el cual impacta un flujo que ejerce unos esfuerzos hidrodinámicos sobre dicho pilar, así como un desprendimiento aguas abajo. Mediante técnicas CFD se ha realizado un estudio del impacto de diferentes geometrías del pilar en el canal para determinar y estimar mediante modelos de regresión no lineal el comportamiento de dichas fuerzas sobre el pilar rectangular. Además, se ha determinado el efecto que tendría el desprendimiento de vórtices en el potencial mezclado mecánico del dispositivo, de alta importancia para aplicaciones como intercambiador de calor o mezclador másico. A raíz del presente estudio se ha encontrado que la configuración con  $Re = 200$ ,  $AR = 1/8$  y  $BR = 0.3$  (configuración 5) sería la que mejor se comportaría en términos globales.

## 5. Agradecimientos

Los autores agradecen la financiación recibida a través del proyecto UMA18-FEDERJA-184 y las ayudas para contratación de personal investigador doctor del Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación de la Junta de Andalucía.

## 6. Referencias

- [1] Sözen, A., "Effect of heat exchangers on performance of absorption refrigeration systems." *Energy Conversion and Management* **42**, 1699-1716 (2001)
- [2] Cheng, S., Shuangfeng, W., Zhongmin, L., "Cycle performance of alternative refrigerants for domestic air-conditioning system based on a small finned tube heat exchanger." *Applied thermal engineering* **64**, 83-92 (2014)
- [3] Phillips, C. H., Lauschke, G., Peerhossaini, H., "Intensification of batch chemical processes by using integrated chemical reactor-heat exchangers." *Applied thermal engineering* **17**(8-10), 809-824 (1997)
- [4] Mansur, E. A., Mingxing, Y. E., Yundong, W. A. N. G., Youyuan, D. A. I., "A state-of-the-art review of mixing in microfluidic mixers." *Chinese Journal of Chemical Engineering* **16**(4), 503-516 (2008)
- [5] Mallock, A., "On the resistance of air." *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* **79**(530), 262-273 (1907)
- [6] Bènard, H., "Formation de centres de giration a l'arriere d'un obstacle en mouvement." *CR Acad. Sci. Paris* **147**, 839-842 (1908)
- [7] Bènard, H., "Sur la zone de formation des tourbillons alternés derriere un obstacle." *CR Acad. Sci. Paris* **156**, 1003-1005 (1913)
- [8] von Kármán, T., "Über den Mechanismus des Widerstandes, den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt." *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 509-517 (1911)
- [9] Sen, S., Mittal, S., Biswas, G., "Flow past a square cylinder at low Reynolds numbers." *International Journal for Numerical Methods in Fluids* **67**(9), 1160-1174 (2011)
- [10] Zhang, W., Samtaney, R., "Low-Re flow past an isolated cylinder with rounded corners." *Computers & Fluids* **136**, 384-401 (2016)
- [11] Bearman, P. W., "On vortex shedding from a circular cylinder in the critical Reynolds number regime." *Journal of Fluid Mechanics* **37**(03), 577-585 (1969)
- [12] Khaledi, H. A., Andersson, H. I., "On vortex shedding from a hexagonal cylinder." *Physics Letters A* **375**(45), 4007-4021 (2011)
- [13] Abbassi, H., Turki, S., Nasrallah, S. B., "Numerical investigation of forced convection in a horizontal channel with a built-in triangular prism." *Journal of heat transfer*, **124**(3), 571-573 (2002)
- [14] Kumar De, A., Dalal, A., "Numerical simulation of unconfined flow past a triangular cylinder." *International Journal for Numerical Methods in Fluids* **52**(7), 801-821 (2006)
- [15] Saha, A. K., "Far-wake characteristics of two-dimensional flow past a normal flat plate." *Physics of Fluids* **19**(12), 128110 (2007)
- [16] Turki, S., Abbassi, H., Nasrallah, S. B., "Effect of the blockage ratio on the flow in a channel with a built-in square cylinder." *Computational Mechanics* **33**(1), 22-29 (2003)



- [17] Zhang, D., "Effect of Vortex Street on Mixing Enhancement in a Mixing Layer." *ASME 2015 International Mechanical Engineering Congress and Exposition* (pp. V07AT09A018-V07AT09A018). American Society of Mechanical Engineers (2015)
- [18] Ortega-Casanova, J., "On the onset of vortex shedding from 2D confined rectangular cylinders having different aspect ratios: Application to promote mixing fluids." *Chemical Engineering and Processing-Process Intensification* **120**, 81-92 (2017)
- [19] Ortega-Casanova, J., "Enhancing mixing at a very low Reynolds number by a heaving square cylinder." *Journal of Fluids and Structures* **65**, 1-20 (2016)
- [20] Sanchez-Claros, M., Ortega-Casanova, J., & Galindo-Rosales, F. J., "2D Numerical Study of a Micromixer Based on Blowing and Vortex Shedding Mechanisms." *Process Analysis, Design, and Intensification in Microfluidics and Chemical Engineering* (pp. 79-113), IGI Global (2019)
- [21] Patankar, S. V., & Spalding, D. B., "A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows." *Numerical prediction of flow, heat transfer, turbulence and combustion*, 54-73, Pergamon (1983)
- [22] Islam, S. U., Zhou, C. Y., Shah, A., & Xie, P., "Numerical simulation of flow past rectangular cylinders with different aspect ratios using the incompressible lattice Boltzmann method." *Journal of Mechanical Science and Technology* **26**(4), 1027-1041 (2012)